

التمرين الأول (4 نقط)

(1) التحقق من أن  $1 - \alpha 2 = 1 + \alpha$

$$1 + 1 + \alpha 2 \times 2 = 1 + 2 + \alpha 2 = 1 + \alpha$$

وبالتعويض نجد :  $1 - \alpha 2 = 1 + \alpha$  ، وبالتالي :

$$1 - \alpha 2 = 1 + \alpha$$

من المساواة التالية  $1 - \alpha 2 = 1 + \alpha$  ، وباستخدام نظرية بيزو نستنتج أن  $\alpha$  و  $1 + \alpha$  أوليان فيما بينهما .

(2)  $3 = \alpha 2 - \beta$

بفرض  $q = \alpha 2 - \beta$  ، فإن :

$$\frac{\beta}{q} \leq \frac{\alpha}{q} \quad \text{بالتجمع نجد :}$$

$$3/q \leq (\alpha 2 - \beta)/q$$

$$\leftarrow 1 = q \text{ أو } 3 = q$$

دراسة بواقي قسمة  $2^n$  على 3 :

$$[3] 1 \equiv 1^0 2$$

$$[3] 2 \equiv 1^1 2$$

$$[3] 1 \equiv 1^2 2$$

الموافقة دورية ودورها 2

التعميم :  $[3] 1 \equiv 1^{2k} 2$

$$[3] 2 \equiv 1^{2k+1} 2$$

$$[3] \alpha 2 + 3 = \beta$$

$$2 + 1 + \alpha 2 \times 2 + 3 = \beta$$

$$[3] 0 \equiv 1 + 1 + \alpha 2 \leftarrow [3] 0 \equiv \beta$$

$$[3] 2 \equiv 1 + \alpha 2 \leftarrow [3] 1 - \equiv 1 + \alpha 2$$

$$[3] 2 \equiv 1 + \alpha 2$$

من التعميم لدينا :

$$[3] 2 \equiv 1^{2k} 2 \quad \text{بالمطابقة نجد :} \quad 2 = 2^k \quad \text{ك و ط}$$

بما أن  $\alpha$  و  $\beta$  قاسمهما المشترك ق = 3 أو ق = 1 ، وبما أنه عندما ق = 3 ، فإن ن = 2 ك (0,25)  
 إذن يكون  $\alpha$  و  $\beta$  أوليين فيما بينهما عندما ن = 2 ك + 1 / ك و ط (0,25)

### التمرين الثاني (4 نقط) (قرار وزاري .... تضاف نقطتان لكل مترشح )

$$1) \quad 0 = \text{ص}^2 - (2 + \text{ت})\text{ص} + 3 + \text{ت}$$

$$\Delta = 9 - 4(2 + \text{ت}) = 0,5 + 0,5$$

$$\text{ص}_0 = 2 + 1 = 0,5$$

$$\text{ص}_1 = -1 = 0,5$$

$$2) \quad \text{أ } (0, 1) , \text{ ب } (2, 1) , \text{ ج } (1, -1)$$

$$\text{س} = \frac{1+1+1}{3} = 1$$

حذف

$$\text{ع} = \frac{1-2+0}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{هـ} = \left(\frac{1}{3}, 1\right)$$

(3)

$$\overrightarrow{\text{ن}} = \overrightarrow{\text{ن}} + \overrightarrow{\text{ب}} + \overrightarrow{\text{أ}}$$

$$\text{0,5} \quad \overrightarrow{\text{ن}} = \overrightarrow{\text{هـ}} + \overrightarrow{\text{ن}} = \overrightarrow{\text{هـ}} + \overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}} + \overrightarrow{\text{ن}}$$

$$\overrightarrow{\text{هـ}} = 2\overrightarrow{\text{هـ}} + \overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}}$$

بما أن (هـ) مركز ثقل المثلث أ ب ج ، فإن  $\overrightarrow{\text{هـ}} = \overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}} + \overrightarrow{\text{ج}}$  ، فمنه نجد :

$$\overrightarrow{\text{هـ}} = 2\overrightarrow{\text{هـ}} + \overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}} \Rightarrow \overrightarrow{\text{هـ}} = -\overrightarrow{\text{أ}} - \overrightarrow{\text{ب}} \text{ وهو المطلوب.} \quad \text{0,25}$$

من المساواة  $\overrightarrow{\text{هـ}} = -\overrightarrow{\text{أ}} - \overrightarrow{\text{ب}}$  نستنتج أن التحويل (ل) عبارة عن تحاكي نسبته ك = -2 ومركزه النقطة (هـ)

(0,75)

العبارة التحليلية :

$$\left. \begin{aligned} \text{س} = -2 + \text{س} + 3 \\ \text{ع} = -2 + \text{ع} + 1 \end{aligned} \right\} \quad \text{0,25}$$

(4)

$$\text{أ } (0, 1) \leftarrow \text{أ } (1, 1)$$

$$\text{ب } (2, 1) \leftarrow \text{ب } (3, -1)$$

$$\text{ج } (1, -1) \leftarrow \text{ج } (3, 1)$$

$$\text{أَب} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ و } \text{أَج} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{ومنه نستنتج أن أ ، ب ، ج على استقامة واحدة.} \quad \text{0,25} \quad 0 = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \text{أَب} // \text{أَج}$$

### ملاحظة

لا يوجد خطأ في هذا السؤال .

نعلم أن التحاكي هو تحويل يحافظ على شكل المحوّل ، إذن النقط الثلاثة أ ، ب ، ج كانت على استقامة واحدة وكان لها مركز ثقل . حتى أن التمرين لم يطلب رسم المثلث .

يستطيع التلميذ أن يحدد إحداثيات مركز ثقل مثلث ، لأن إحداثيات النقط الثلاث متوفرة ، ثم في السؤال الموالي يثبت أن هذه النقط على استقامة واحدة . ( المشكل الوحيد عند التلميذ هي كلمة مثلث )

جريدة الخبر روّعت الحدث ، كان الأجدر بها أن تتحقق من ( الخبر !!! ) عند المختصين قبل أن تنشره .

### المسألة (12 نقطة)

- I

$$1) \text{ عا (س) = (3 - 2 س) هـ س} + 2$$

$$\text{مجموعة التعريف ف = ] - \infty , + \infty [ \quad \text{0,25}$$

$$\text{نها عا (س) = 2} \quad \text{نها عا (س) = -\infty} \quad \text{س} \leftarrow -\infty \quad \text{س} \leftarrow +\infty$$

$$\text{0,25}$$

$$\text{0,25}$$

$$\text{المشتق : عا (س) = (1 - 2 س) هـ س} \quad \text{0,25}$$

الإشارة

$$\text{0,5}$$

$$\text{عا (س) = 0} \Leftrightarrow \text{س} = \frac{1}{2} \quad \text{عا (س) = 5,29} \Leftrightarrow \text{س} = \frac{1}{2}$$

$$2) \text{ عا (1,68) = 0,06} \quad \text{0,25}$$

$$\text{عا (1,69) = -0,05}$$

عا (1,68) × عا (1,69) > 0 . بما أن الدالة مستمرة ومتناقصة تماما في المجال [1,68 ، 1,69] .

حسب نظرية القيم المتوسطة يوجد  $\alpha \in [1,68 , 1,69]$  حيث عا ( $\alpha$ ) = 0

$$\text{0,25}$$

3) جدول التغيرات :

$\infty +$	$\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\infty -$	س
-	-	0	+	عاً (س)
		5,29		عاً (س)
	0		2	
$\infty -$				

0,25

من جدول التغيرات نستنتج إشارة عاً (س) .

عندما س  $\infty -$  ،  $\alpha$  [ فإن عاً (س)  $0 <$

0,5

عندما س  $\infty +$  ،  $\alpha$  [ فإن عاً (س)  $0 >$

عندما س  $\alpha =$  فإن عاً  $0 = (\alpha)$  .

4) التكامل بالتجزئة :

صّ (س) =  $2 -$

0,25

بفرض ص (س) =  $3 - 2$  س

$\Leftarrow$

ل (س) =  $\text{هـ}^س$

ل (س) =  $\text{هـ}^س$

$$\left\{ (3 - 2) \text{س} \text{هـ}^س \text{تفاس} = (5 - 2) \text{س} \text{هـ}^س + \text{ج} \right.$$

0,5

5) حساب  $\lambda$  :

$$1 - \lambda = (\lambda \text{ لو } 2 - 5) (1 - \lambda) \Leftarrow 1 - \lambda = \text{عاً (س) تفاس} \int_0^{\lambda}$$

$$1 - \lambda = (1 - \lambda) \lambda \text{ لو } 2 - (1 - \lambda) 5$$

0,25

$$\text{لو } 2 = \lambda \Leftarrow 2 = \lambda = \text{هـ}^2$$

0,25

$$\text{II - (1) تا (س) } = \frac{\text{هـ}^س + 4 - \text{س} - 1}{1 + \text{هـ}^س}$$

0,25

$$\text{تا (س) } = \frac{[2 + \text{هـ}^س (2 - 3)] 2}{2(1 + \text{هـ}^س)} = \frac{2}{2(1 + \text{هـ}^س)}$$

0,25

$$0 = 2 + \alpha \text{هـ}^\alpha (2 - 3) \Leftarrow 0 = (\alpha) \text{عاً}$$

(2)

$$\text{هـ}^\alpha = \frac{2}{3 - \alpha 2} = \frac{2 -}{\alpha 2 - 3}$$

0,25

(1)

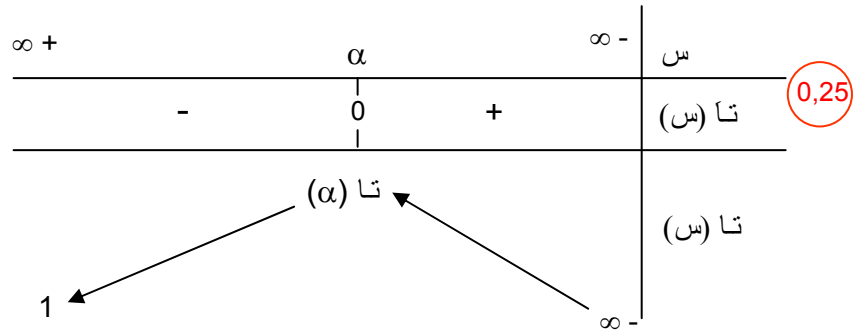
تا  $(\alpha) = \frac{1 - \alpha 4 + \alpha}{1 + \alpha}$  ، بتعويض عبارة هـ<sup>α</sup> من العلاقة (1) نجد : تا  $(\alpha) = 5 - \alpha 4$  (0,25)

لدينا  $1,68 < \alpha < 1,69 \Leftrightarrow 1,72 < 5 - \alpha 4 < 1,76 \Leftrightarrow 1,72 < \alpha < 1,76$  (0,25) (3)

ف = ح (0,25)

تا (س) = 0 ⇔ عا (س) = 0 ⇔ س = α

نها تا (س) = ∞ - ⇔ س ← ∞ (0,25) ، نها تا (س) = 1 ⇔ س ← ∞ + (0,25)



(4) المستقيمات المقاربة :

ع = 1 مستقيم مقارب في جوار (∞ +) . (0,25)

نها تا (س) = 4 ⇔ س ← ∞ ، نها [تا (س) - 4 س] = 1 - ⇔ س ← ∞ ، إذن المستقيم ع = 4 س - 1 مستقيم مقارب

مائل في جوار (∞ -) . (0,5)

(Δ) : ع = 4 س - 1

دراسة وضعية (δ) بالنسبة لـ (Δ) :

تا (س) - ع =  $\frac{(2 - 4 س) هـ س}{1 + هـ س}$  (0,25)

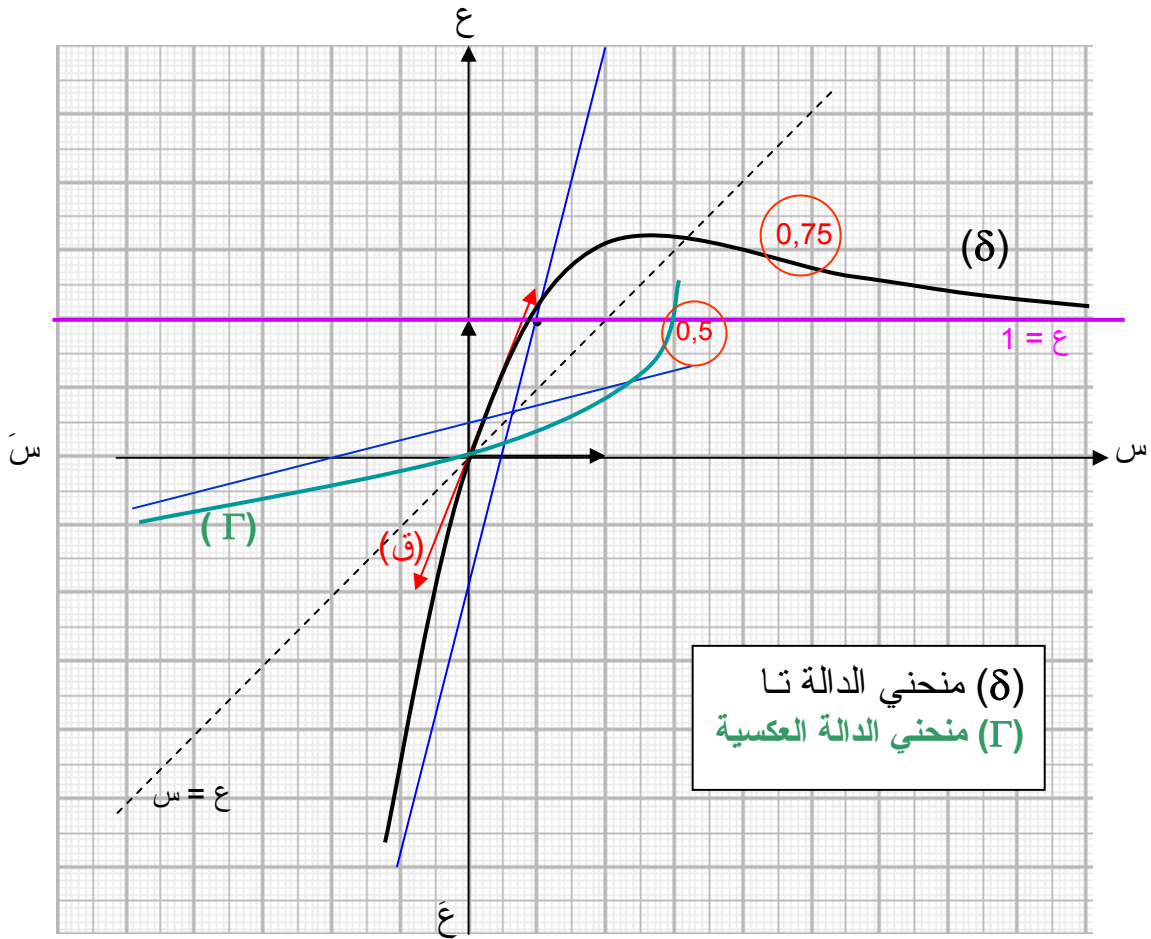
تا (س) - ع = 0 ⇔ س = 1/2 ، تا (1/2) = 1 .

(δ) و (Δ) يتقاطعان في النقطة د (1/2 ، 1)

	$\infty +$	$\frac{1}{2}$	$\infty -$	س
(0,25)	-	0	+	س 4 - 2
	-	0	+	تا (س) - ع
(0,25)	(δ) يقع تحت (Δ)		(δ) يقع فوق (Δ)	
			الوضع النسبي	

5) معادلة المماس (ق) :

س<sub>0</sub> = 0    تا 0 = (0)    تا 0 = (0)    معادلة المماس هي : ع =  $\frac{5}{2}$  س    (0,25)



عذرا .. الرسم تقريبي أحيانا

6) حا اقتصار الدالة تا على المجال  $[\alpha, \infty - [$  ، فان حا  $(س) = تا (س)$  . (0,25)  
 بما أن حا دالة مستمرة ومنتزادة تماما على المجال  $[\alpha, \infty - [$  ، فإنها تقبل دالة عكسية ، جدول تغيراتها هو :

تا $(\alpha)$	$\infty - [$	س
	+	حا <sup>-1</sup> (س)
$\alpha$	(0,25)	حا <sup>-1</sup> (س)
		$\infty - [$

7) بما أن تا  $(\frac{1}{2}) = 1 \Leftrightarrow تا^{-1}(1) = \frac{1}{2}$  ، ومنه نستنتج أن حا<sup>-1</sup> (1) =  $\frac{1}{2}$

$$(0,25) \quad 1,32 = \frac{1}{\text{حا}^{-1}(\frac{1}{2})} = \frac{1}{\text{تا}(\frac{1}{2})}$$

المناقشة البيانية :

$$ط هس - 4س + ط + 2 = 0$$

$$\frac{ط هس + 4س - 1}{1 + هس} = 1 + \frac{2 - 4س}{1 + هس} = 1 + ط \Leftrightarrow \frac{2 - 4س}{1 + هس} = ط ، ط هس + 4س - 1 = (1 + هس) ط$$

$$\Leftrightarrow ط + 1 = تا (س) . (0,5)$$

المناقشة :

عندما  $ط + 1 \in ]0, \infty - [$  ،  $ط \in ]0, \infty - [$  ، يكون للمعادلة حل واحد سالب .

$ط + 1 = 0 \Leftrightarrow ط = -1$  للمعادلة حل معدوم .

$ط + 1 \in ]1, 0 [ \ni ط \in ]1, 0 [$  يكون للمعادلة حل واحد موجب .

(0,75)  $ط + 1 \in ]1, 0 [$  ، تا  $(\alpha) \in ]0, 1 - [$  ، تا  $(\alpha) - 1$  للمعادلة حلان موجبان .

$ط + 1 = تا (\alpha) \Leftrightarrow ط = تا (\alpha) - 1$  ، للمعادلة حل مضاعف موجب .

$ط + 1 \in ]1, 0 [$  ، تا  $(\alpha) \in ]\infty + , 1 - [$  ليس للمعادلة حل .